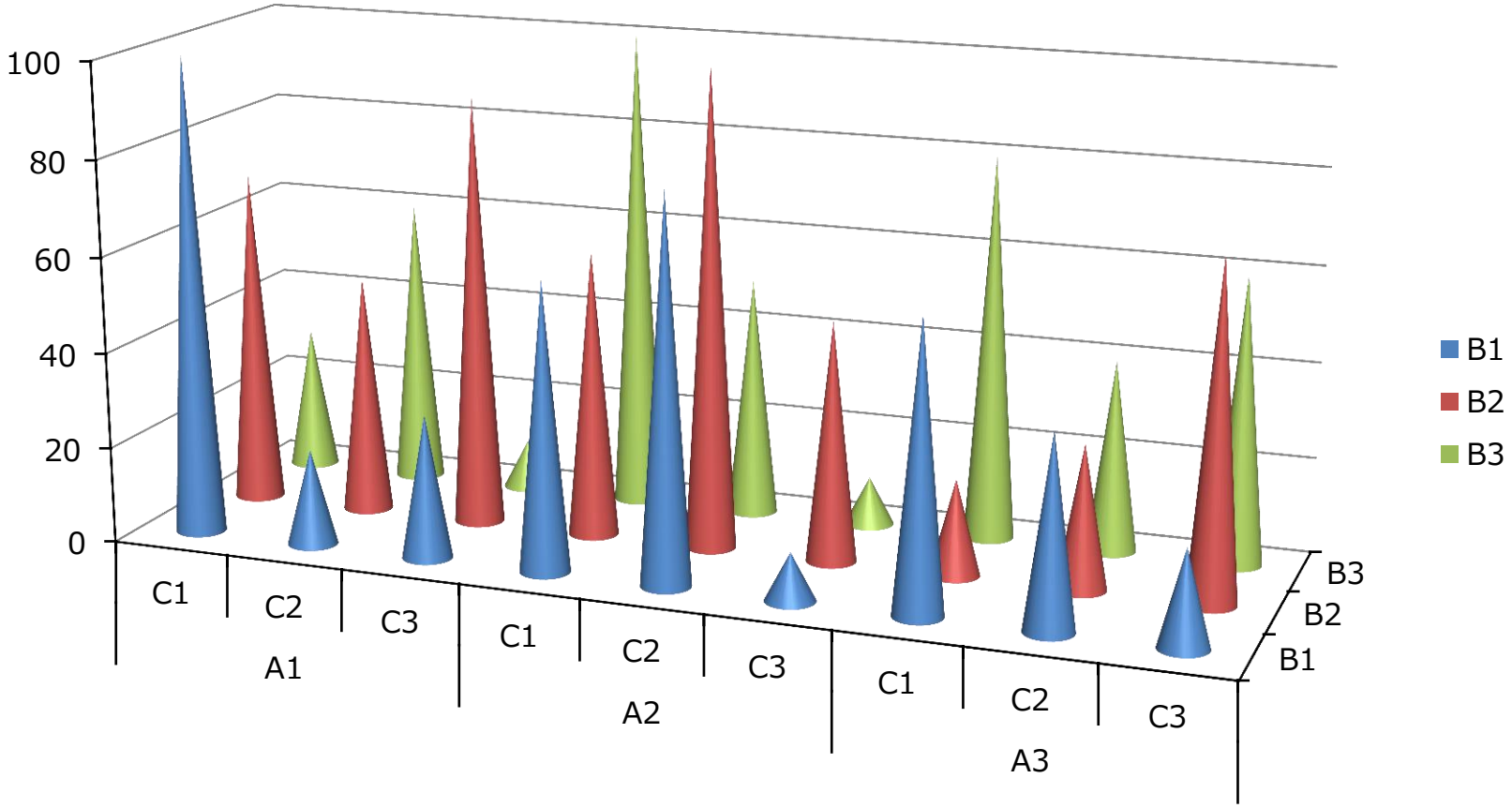
統計演習（11）

多重比較検定

高谷　智英
t-takaya.net

Dec 11, 2019

多重比較検定 (multiple comparison test), p165



3つの要因 A, B, C による独立した多群の例

多重比較検定 (multiple comparison test), p165

独立した群が３群以上あるとき、どの群とどの群の平均値に有意差があるかを検定
＝ 多重比較検定

- データが正規分布であることを前提とした、**パラメトリック多重比較**
  1. **Tukey-Kramer** (テューキー-クレーマー) **法**, p294
  2. **Bonferroni/Dunn** (ボンフェローニ/ダン) **法**, p295
  3. **Scheffe's F test** (シェッフェのF検定), p294
  4. **Dunnet** (ダネット) **法**, p295
  5. **Williams** (ウィリアムズ) **法**, p295

- データが正規分布であることを前提としない、**ノンパラメトリック多重比較**
  1. **Steel-Dwass** (スティール-ドゥワス) **法**, p300
  2. **Steel 法**, p300
  3. **Shirley-Williams** (シャーリー-ウィリアムズ) **法**, p301

パラメトリック多重比較検定, p168

分散分析の結果、水準間に差が認められた場合、どの群とどの群に差があるかを検定

1. **Tukey-Kramer** (テューキー-クレーマー) **法**, example 29, p169
   水準間に差がある場合、各群のデータが正規分布に従っていると仮定して検定。
   有意差の検出力は最も優れている。

2. **Bonferroni/Dunn** (ボンフェローニ/ダン) **法**, example 29, p169
   水準間に差がなくとも、各群のデータが正規分布に従っていると仮定して検定。
   有意差の検出力は比較的優れている。

3. **Scheffe's F test** (シェッフェのF検定), example 30, p173
   水準間に差がある場合、各群のデータ数・分散・分布に制限を加えず検定。
   適用範囲は広いが、有意差の検出力は劣る。

4. **Dunnet** (ダネット) **法**, example 31, p177
   水準間に差がなくとも、各群のデータが正規分布に従っていると仮定して検定。

5. **Williams (ウィリアムズ) 法**, example 32, p181
   水準間に差がなくとも、各群のデータに単調性 (単調増加 or 減少) が
   想定される場合、対照群と処理群の有意差を検定。

繰り返しのある一元配置データ (第5章, p111)

要因A			
A_1	A_2	…	A_k
x_{11} ⋮ x_{1n}	x_{21} ⋮ x_{2n}	⋮	x_{k1} ⋮ x_{kn}

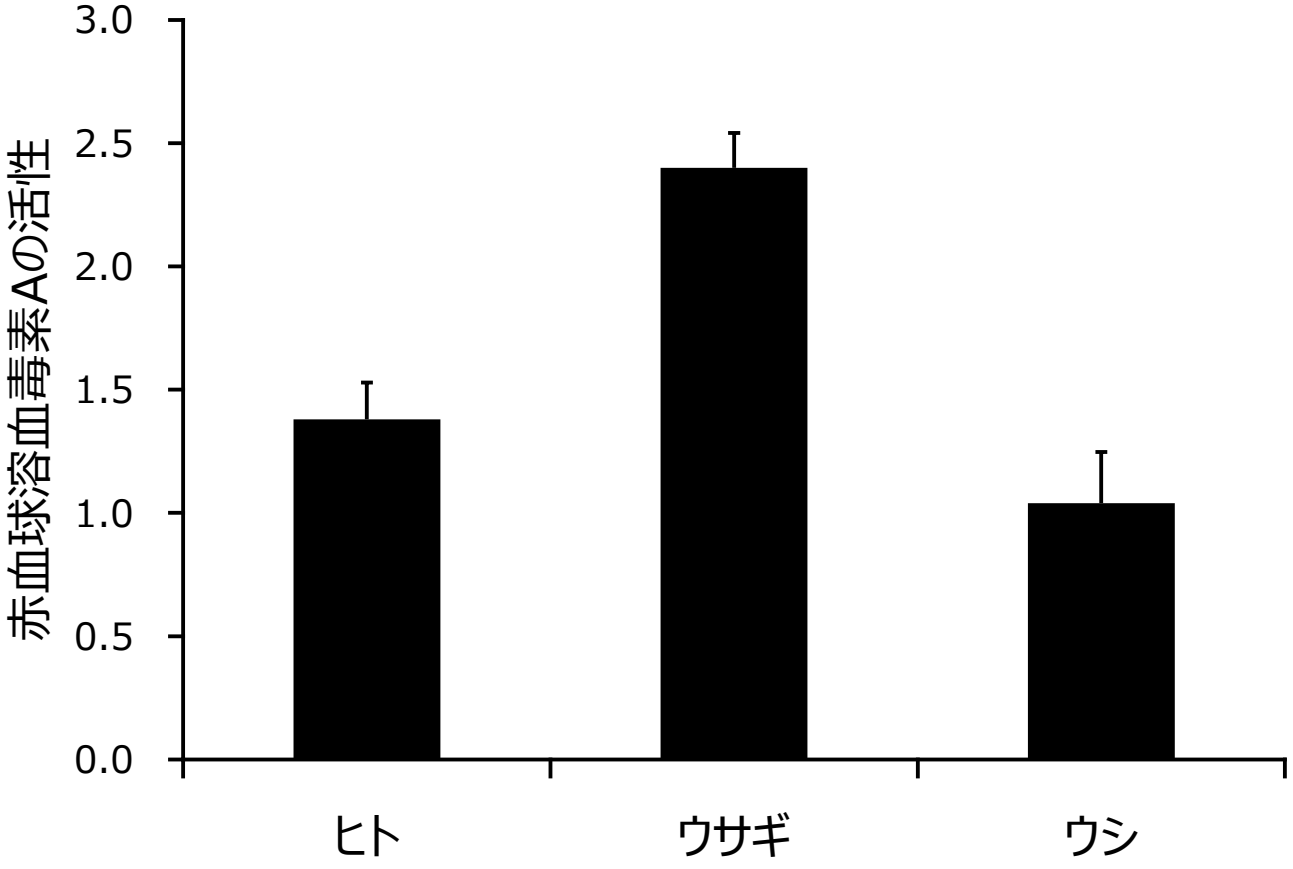
3つ以上の母集団の平均値または中央値に差があるかどうかの検定
＝ 独立した多群の差の検定

1. 各群のデータが正規分布に従い、各群の分散が等しい場合
   ＝ 一元配置分散分析法 (single-factor ANOVA), p116
2. 各群のデータが正規分布から偏っている or
   各群の分散が等しくない or 各群のデータが離散的である
   ＝ クラスカル・ワーリス検定 (Kruskal-Wallis test), p121

要因 A の水準 (A_1, A_2…A_k) **に差がある場合、多重比較検定ができる**, p166

繰り返しのある一元配置データの多群比較検定

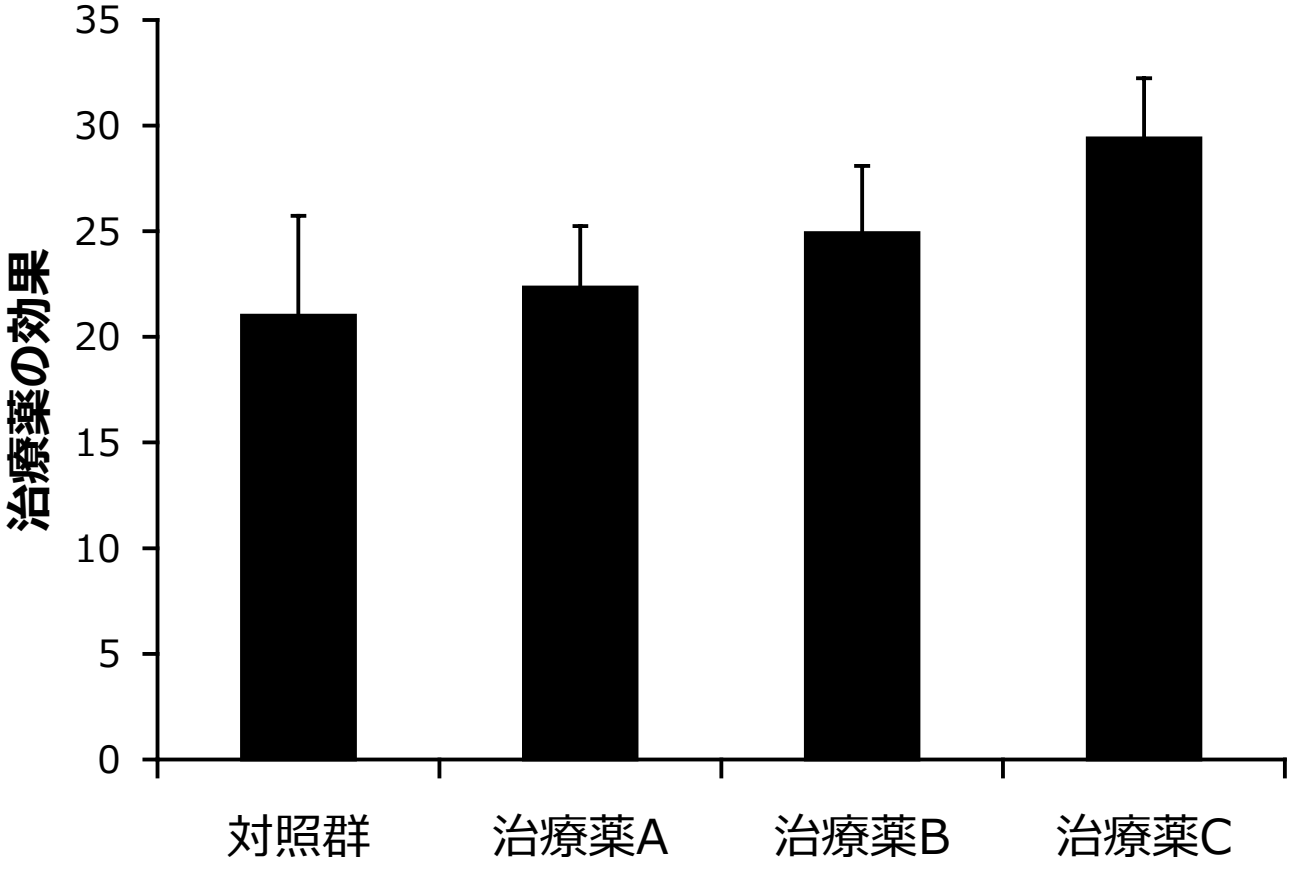
Example 29 (p169): **Turkey-Kramer法、Bonferroni/Dunn法**



一元配置分散分析 (p116) の結果、水準間 (ヒト-ウサギ-ウシ間) に差がある

繰り返しのある一元配置データの多群比較検定

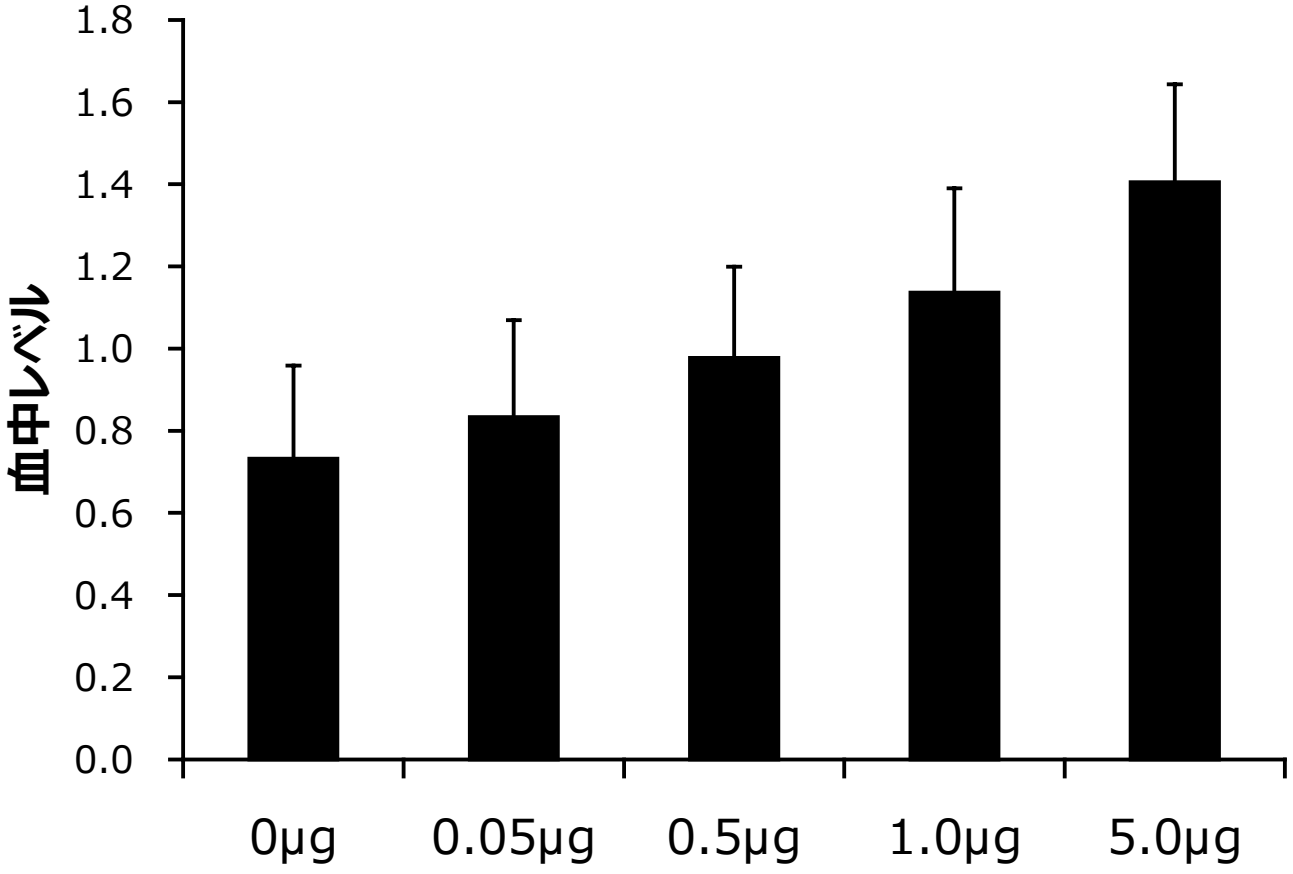
Example 31 (p169): **Dunnet法**



水準間に差はないが、バートレット検定 (p112) の結果、各群のデータが正規分布に従っている

繰り返しのある一元配置データの多群比較検定

Example 32 (p180): **Williams法**



各群の平均値が増加傾向にある

対応のある一元配置データ (第6章, p125)

		要因A			
		A_1	A_2	…	A_k
被験者	1	x_{11}	x_{21}	:	x_{k1}
	2	x_{12}	x_{22}	:	x_{k2}
	:	:	:	:	:
	n	x_{1n}	x_{2n}	:	x_{kn}

対応が「ある」：x_{11}、x_{21}、…x_{k1} は同じ被験者のデータである
＝ 関連のある多群の差の検定

1. 各群のデータが正規分布に従っている場合
   ＝ 重複測定-一元配置分散分析法
   (repeated measures single-factor ANOVA), p126
2. 各群のデータが正規分布から偏っている or 離散データの場合
   ＝ クェード検定 (Quade test), p131
3. 各群のデータが 1 か 0 の場合
   ＝ コクランのQ検定 (Cochran's Q test), p135

要因 A の水準 (A_1, A_2…A_k) **に差があっても、多重比較検定はできない**, p166

繰り返しのない二元配置データ (第7章, p139)

		要因B			
		B_1	B_2	…	B_k
要因A	A_1	x_{11}	x_{12}	:	x_{1k}
	A_2	x_{21}	x_{22}	:	x_{2k}
	:	:	:	:	:
	A_h	x_{h1}	x_{h2}	:	x_h

繰り返しのない、2要因で分類される多群の差の検定

1. 各群のデータが正規分布に従い、各群の分散が等しい場合
   = **二元配置分散分析法** (two-factor ANOVA), p140
2. 各群のデータが正規分布から偏っている or
   各群の分散が等しくない or 各群のデータが離散的である
   = **フリードマン検定** (Friedman test), p145

要因ごとに水準間に差がある場合、多重比較検定ができる, p166

繰り返しのある二元配置データ (第8章, p149)

		要因B			
		B_1	B_2	…	B_k
要因A	A_1	x_{111} : x_{11n}	x_{121} : x_{12n}	:	x_{1k1} … x_{1kn}
	A_2	x_{211} : x_{21n}	x_{221} : x_{22n}	:	x_{2k1} : x_{2kn}
	:	:	:	:	:
	A_h	x_{h11} : x_{h1n}	x_{h21} : x_{h2n}	:	x_{hk1} : x_{hkn}

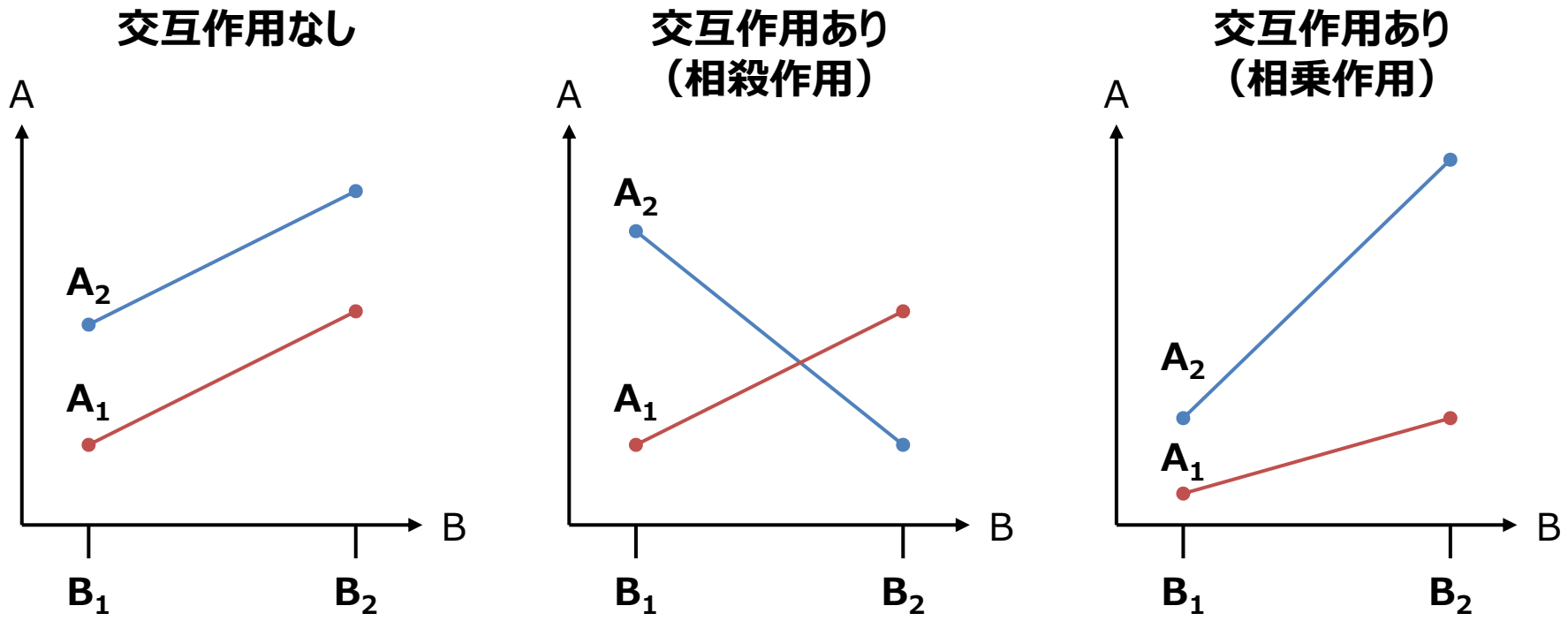
繰り返しのある、2要因で分類される多群の差の検定

1. データに対応がない場合
   = **繰り返しのある二元配置分散分析法** (two-factor factorial ANOVA), p151
2. データに対応がある場合
   = **重複測定-二元配置分散分析法** (repeated measure two-factor ANOVA), p158

2要因の交互作用 (第8章, p151)

繰り返しのある二元配置データに**対応がない**場合に用いる。

要因 A と B の交互作用 interaction を見る。



繰り返しのある二元配置データ (対応がない場合)

		要因B			
		B_1	B_2	…	B_k
要因A	A_1	x_{111} ⋮ x_{11n}	x_{121} ⋮ x_{12n}	⋮	x_{1k1} … x_{1kn}
	A_2	x_{211} ⋮ x_{21n}	x_{221} ⋮ x_{22n}	⋮	x_{2k1} ⋮ x_{2kn}
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	A_h	x_{h11} ⋮ x_{h1n}	x_{h21} ⋮ x_{h2n}	⋮	x_{hk1} ⋮ x_{hkn}

1. **要因 A, B に交互作用がない場合、**
   要因ごとに水準間に差がある場合、多重比較検定ができる, p166
2. **要因 A, B に交互作用がある場合、**
   そのまま多重比較検定はできない, p166

繰り返しのある二元配置データ (対応がない場合)

		要因B			
		B_1	B_2	…	B_k
要因A	A_1	x_{111} : x_{11n}	x_{121} : x_{12n}	:	x_{1k1} … x_{1kn}
	A_2	x_{211} : x_{21n}	x_{221} : x_{22n}	:	x_{2k1} : x_{2kn}
	:	:	:	:	:
	A_h	x_{h11} : x_{h1n}	x_{h21} : x_{h2n}	:	x_{hk1} : x_{hkn}

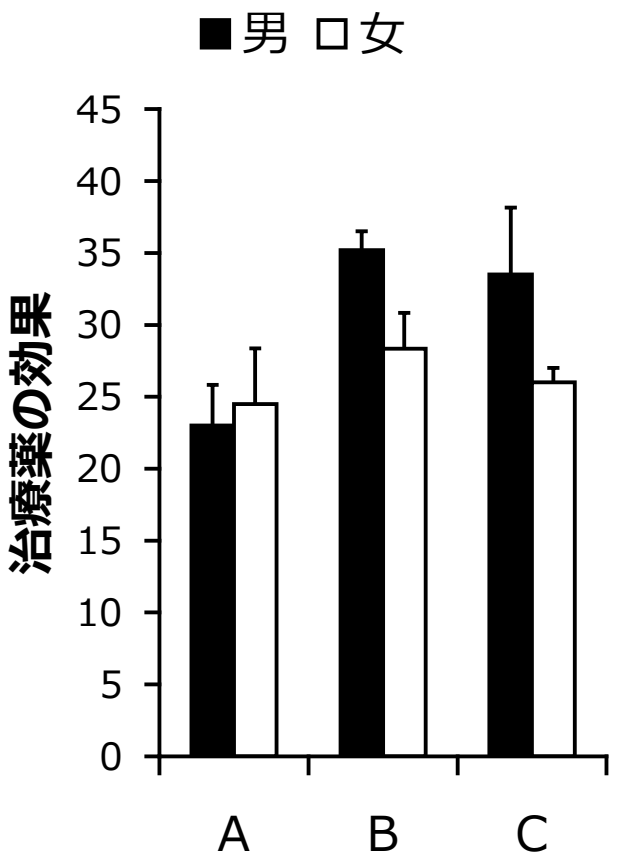
要因AB				
A_1B_1	A_1B_2	…	A_hB_1	A_hB_k
x_{111} : x_{11n}	x_{121} : x_{12n}	:	x_{h11} … x_{h1n}	x_{hk1} … x_{hkn}

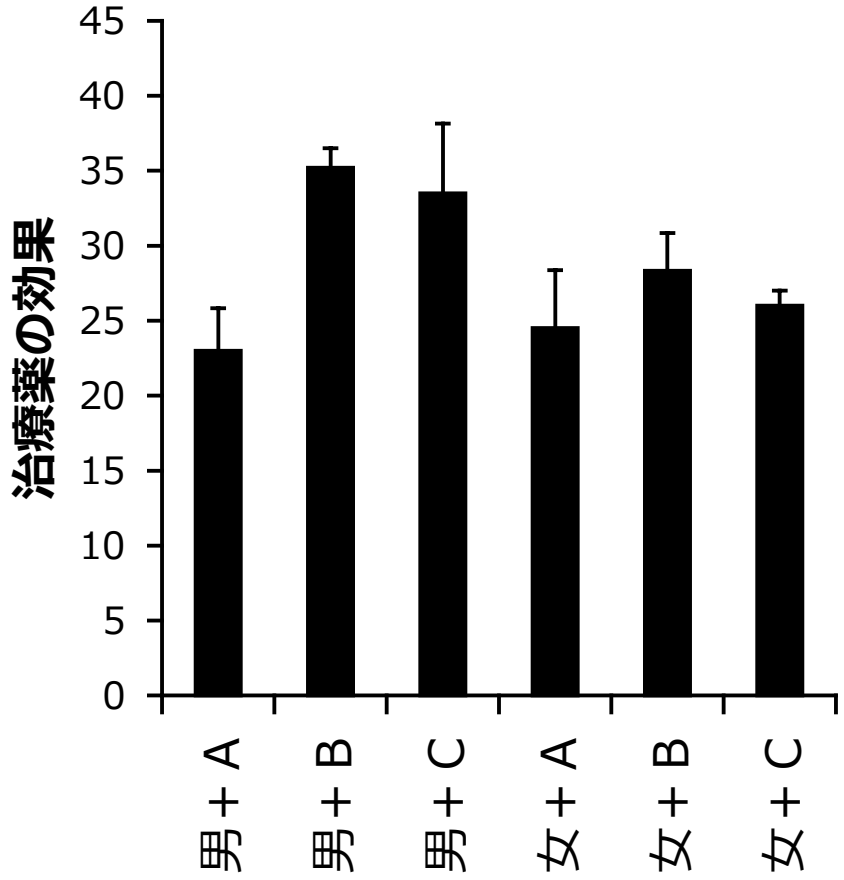
要因 A, B に交互作用がある場合、(Ai, Bj) を一つの水準とみなし、
二元配置を一元配置に変換した上で、一元配置分散分析法 (p116) を行う。

その結果、**水準間に差がある場合、多重比較検定ができる**, p166

繰り返しのある一元配置データの多群比較検定

Example 30 (p173): Scheffe's F test





2つの要因（性別と治療薬）に交互作用があるので、一元配置に変換する
一元配置分散分析の結果、水準間に差がある

繰り返しのある二元配置データ (対応がある場合)

		要因B			
		B_1	B_2	…	B_k
要因A	A_1	x_{111} : x_{11n}	x_{121} : x_{12n}	:	x_{1k1} … x_{1kn}
	A_2	x_{211} : x_{21n}	x_{221} : x_{22n}	:	x_{2k1} : x_{2kn}
	:	:	:	:	:
	A_h	x_{h11} : x_{h1n}	x_{h21} : x_{h2n}	:	x_{hk1} : x_{hkn}

1. 多重比較検定は対応のある水準間には使えない
(「対応のある一元配置データ」を参照) ので、
個体内要因 B に対して多重比較検定はできない, p167

2. **個体間要因 A に対しては多重比較検定ができる**, p167
が、Statcel4 ではサポートされていません…

ノンパラメトリック多重比較検定, p186

一元配置データで、各群の母集団分布が必ずしも正規分布を前提としない場合

1. **Steel-Dwass (スティール-ドゥワス) 法**, example 33, p187
   = Tukey-Kramer 法のノンパラメトリック版
   水準間に差がある場合、各群のデータが正規分布に従っていると仮定して検定。
   有意差の検出力は最も優れている。

2. **Steel 法**, example 34, p190
   = Dunnet 法のノンパラメトリック版
   水準間に差がなくとも、各群のデータが正規分布に従っていると仮定して検定。

3. **Shirley-Williams** (シャーリー-ウィリアムズ) **法**, example 35, p192
   = Williams 法のノンパラメトリック版
   水準間に差がなくとも、各群のデータに単調性 (単調増加 or 減少) が
   想定される場合、対照群と処理群の有意差を検定。